

Matematica a Barcellona

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/matematica-barcellona>

<http://www.meas00.altervista.org/architetti/index.php>

Gaudì ha ricamato la città di Barcellona con le sue opere pazzesche, di grande apparente irregolarità e di eccessiva fantasia; opere che sembrano dettate dal caso, che potrebbero apparire assemblate con forme naturali senza alcuna regola e senza alcuna coerenza.

Questa è almeno l'impressione di un occhio superficiale e inadeguato! In realtà, Gaudì costruisce con grande scientificità e rigore; le sue costruzioni trasudano formalizzazioni matematiche e geometriche evidenti se lo sguardo non si accontenta del primo impatto.

A Barcellona la Matematica è in ogni angolo: negli splendidi archi parabolici del Collegio di Santa Teresa, di casa Milà e nelle parabole e nelle catenarie degli archi e delle coperture di quasi tutte le opere di Gaudì.

L'architetto utilizza fondamentalmente due curve matematiche: la parabola e la catenaria e ogni possibile combinazione tra queste due. Vediamone le caratteristiche, le differenze e le potenzialità riferendoci in particolare a due esempi: il Collegio delle Teresiane e la Sagrada Familia. Due architetture che presentano diverse forme matematiche in tutto il loro splendore.

La parabola e la catenaria sono, in realtà, due luoghi geometrici. Con il loro nome si intendono i grafici corrispondenti a quelle che in Matematica chiamiamo funzioni, esprimibili con la scrittura: $y = f(x)$. Sono anche due configurazioni di grande stabilità dal punto di vista dell'equilibrio che addirittura - se combinate insieme - aumentano la resistenza alle sollecitazioni.

La grande innovazione che Gaudì introduce è quella della costruzione, attraverso l'uso combinato di questa due curve, di modelli statici dei quali controllava la stabilità progettandoli e costruendoli capovolti. Solo dopo aver concluso l'indagine, li raddrizzava e li utilizzava.

A dire il vero, per tale pratica si trovano dei precedenti negli studi dell'ingegnere Poleni che, alla fine del Settecento, durante il restauro della cupola di San Pietro, utilizza la catenaria per controllare la stabilità dei costoloni della cupola. Anche Poleni utilizzava modelli capovolti, come farà molto dopo Gaudì negli studi per la realizzazione -ad esempio- della Sagrada Familia e della Cappella Güell.

L'architetto catalano costruisce modelli con corde alle quali appende sacchetti di sabbia. A seconda della disposizione degli stessi, le corde assumono la configurazione di una parabola (se i sacchetti si distribuiscono uniformemente lungo la direttrice, cioè se i sacchetti presentano la stessa distanza da un piano orizzontale) oppure di una catenaria (se i sacchetti si distribuiscono uniformemente lungo la curva stessa).

Non possiamo in questo viaggio, tra le strade e i monumenti della città di Barcellona, dimenticare le splendide scale costruite da Gaudì nei suoi palazzi e nella Sagrada Familia, il suo testamento culturale. Le scale di accesso alle torri della Cattedrale costituiscono uno splendido esempio di elicoide leggermente conico che percettivamente viene letta - sia dall'alto sia dal basso - come una splendida **spirale logaritmica**.

La differenza, quasi mistica e con una lettura un po' romantica, è che (osservata dall'alto) la spirale è lucida e splendente, dal basso, è grezza e ruvida quasi a sottolineare la facilità con la quale una "strada in discesa" è accattivante e ammiccante e percorribile senza fatica mentre una "strada in salita" è faticosa e per nulla affascinante... tutto facilmente percepibile purché si guardi e si osservi con grande attenzione.

Gli archi-contrafforti del parco Güell e il corridoio del Collegio delle Teresine

Fonte inesauribile di ispirazione per Gaudì, ovviamente, sono le forme naturali e la loro crescita.

"Mi domandarono perché facessi delle colonne inclinate. Risposi loro: "Per la stessa ragione per cui il viandante stanco, quando si ferma, si appoggia sul bastone inclinato, dato che se lo mettesse in senso verticale non riposerebbe""":

È impossibile fare l'elenco di tutte le architetture presenti a Barcellona e contenenti forme matematiche o geometriche. Facendo una passeggiata nel parco Güell, si ammirano percorsi contorti che si adattano alla configurazione del terreno e delle collinette con gallerie, contrafforti e ancora splendidi archi.

È naturale chiedersi come possa stare in equilibrio tutto ciò. Ancora una volta, la risposta ci viene fornita dallo stesso architetto che afferma: "Dice un antico proverbio: divide et impera (dividi e vincerai). Isolando un prisma da terra si ottiene un muro di rinforzo con una spesa minima. Bisogna scaglionarlo affinché la terra che pesa a gradoni favorisca la stabilità; si fanno passare delle condutture, delle condotte di sfogo, che svuotano il prisma; si toglie la terra con i cesti perché non causi una pressione obliqua e crei invece l'opportuno peso verticale, ecc.

Lo stesso deve essere fatto con le volte: invece di pochi sostegni e grandi volte, [occorrono] molti sostegni che suddividano le volte in parti piccole, atte a evitare armature che ostacolano la costruzione: è il concetto dell'albero che sostiene, tutto presente nella Sagrada Familia. Coloro che hanno il senso della costruzione e desiderano supplire con l'astrazione scientifica si sforzano invano":

Tutto il Parco Güell è "seminato" da strutture portanti come contrafforti naturali per sostenere e annientare spinte laterali. "La relazione fra l'elemento portante e quello portato, rispetto all'altezza e nel caso di una costruzione molto semplice, è già fissata.

È necessario combinare gli elementi sporgenti con quelli rientranti, facendo sì che ad ogni elemento convesso, vale a dire collocato in piena luce, ne venga opposto uno concavo, ossia un'ombra; l'elemento luminoso deve essere accurato nei suoi particolari perché quello che conta è: l'area ombreggiata può non presentare dettagli"

In questa visita non possiamo neanche dimenticare le terrazze delle case (Battlo, Milà....) arricchite da variopinti e simbolici camini e impianti di aerificazione costruiti attraverso forme geometriche quali paraboloidi e iperboloidi.

"Il paraboloido e il padre di tutta la Geometria - spiega Gaudì ai suoi allievi - perché in esso ci sono la proiezione parallela (ortogonale oppure obliqua) e quella radiale (polare). L'iperboloido nasce facendo ruotare le due generatrici estreme attorno all'asse (la generatrice che si proietta in un punto è ottenuta con la proiezione radiale), e rendendo l'angolo costante anziché variabile (generatrice dello stesso sistema); se si gira una generatrice attorno a quella del sistema opposto, e la si mantiene in inclinazione costante si ottiene l'ellissoide":

La parabola

Conosciamo la parabola come "il luogo geometrico dei punti che hanno uguale distanza da un punto e da una retta". Il punto è detto fuoco e la retta si chiama direttrice. Per spiegare questi termini, sarebbe utile una indagine sintetica relativa alla generazione della parabola che è definita come la linea che si ottiene intersecando un cono circolare indefinito con un piano parallelo ad una delle rette che descrivono la superficie del cono (tali rette si chiamano generatrici).

Usando questa proprietà, è possibile disegnare il luogo geometrico e successivamente notare che, se su tale curva agisce una forza peso, questa si distribuisce lungo la parabola in modo che gli sforzi risultino equamente distribuiti lungo la direttrice.

Dalla **parabola** è possibile descrivere geometricamente un'altra curva: la catenaria. Facciamo traslare e ruotare la parabola lungo una retta. Il fuoco della conica, durante questa trasformazione, descrive appunto la catenaria. È per questo motivo che la catenaria viene definita la "rolletta" della parabola: una delle rollette delle coniche!

La **catenaria** ha una proprietà molto importante dal punto di vista dell'equilibrio: soggetta ad un carico, distribuisce il peso uniformemente lungo la curva stessa (ogni punto è sottoposto allo stesso peso!). È ovvio che la stabilità risulta rafforzata se viene utilizzata una curva ottenuta dalla combinazione di una parabola e di una catenaria insieme (è quello che accade sovente nella configurazione dei ponti sospesi).

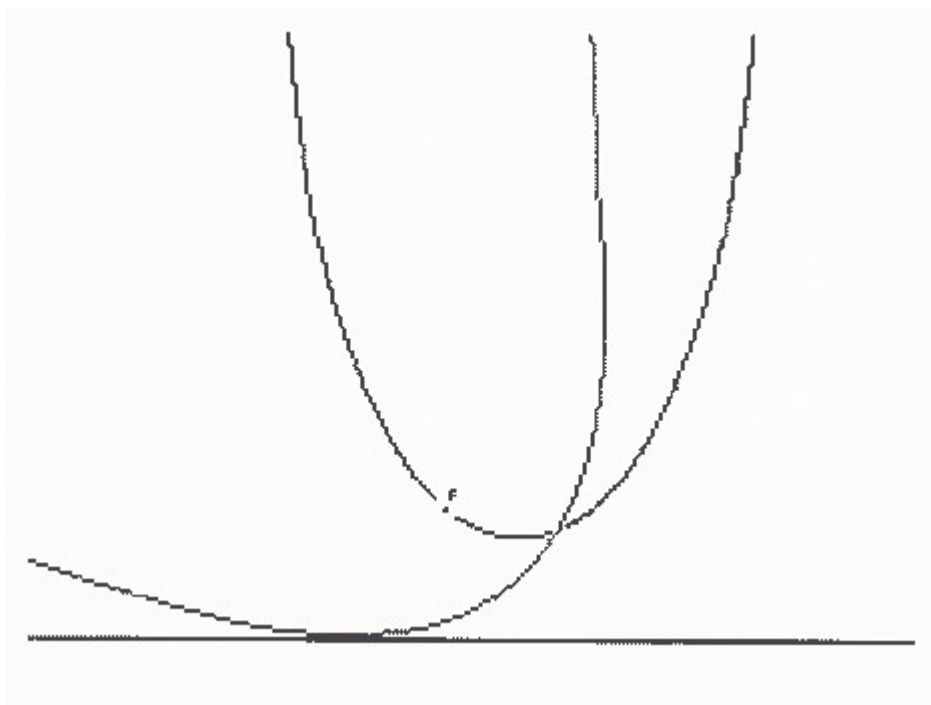
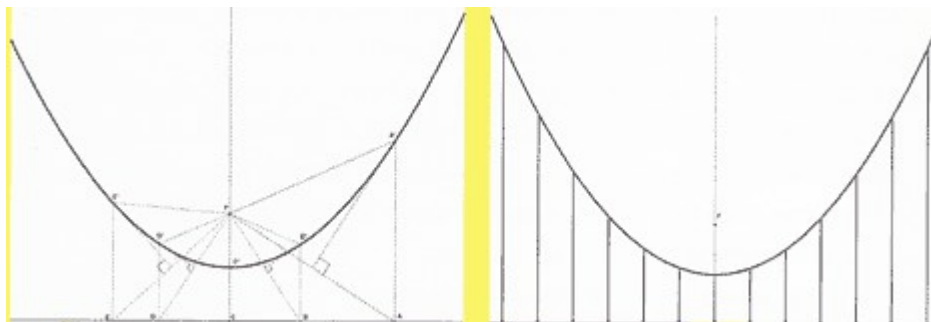
L'osservazione delle forme naturali da sempre ha ispirato le scelte progettuali in architettura; dal tema classico della scala a chiocciola, declinato in innumerevoli esempi antichi e contemporanei - dalla mirabile scala del castello di Blois attribuita a Leonardo a quelle di Gaudi per la Sagrada Familia fino al recente museo di Pei a Berlino - a legami più sottili e profondi tra forma architettonica e principio naturale (basti pensare a tutta la tarda produzione di Gaudi fondata su un vocabolario di forme statiche spontanee implicitamente evocanti oggetti naturali).

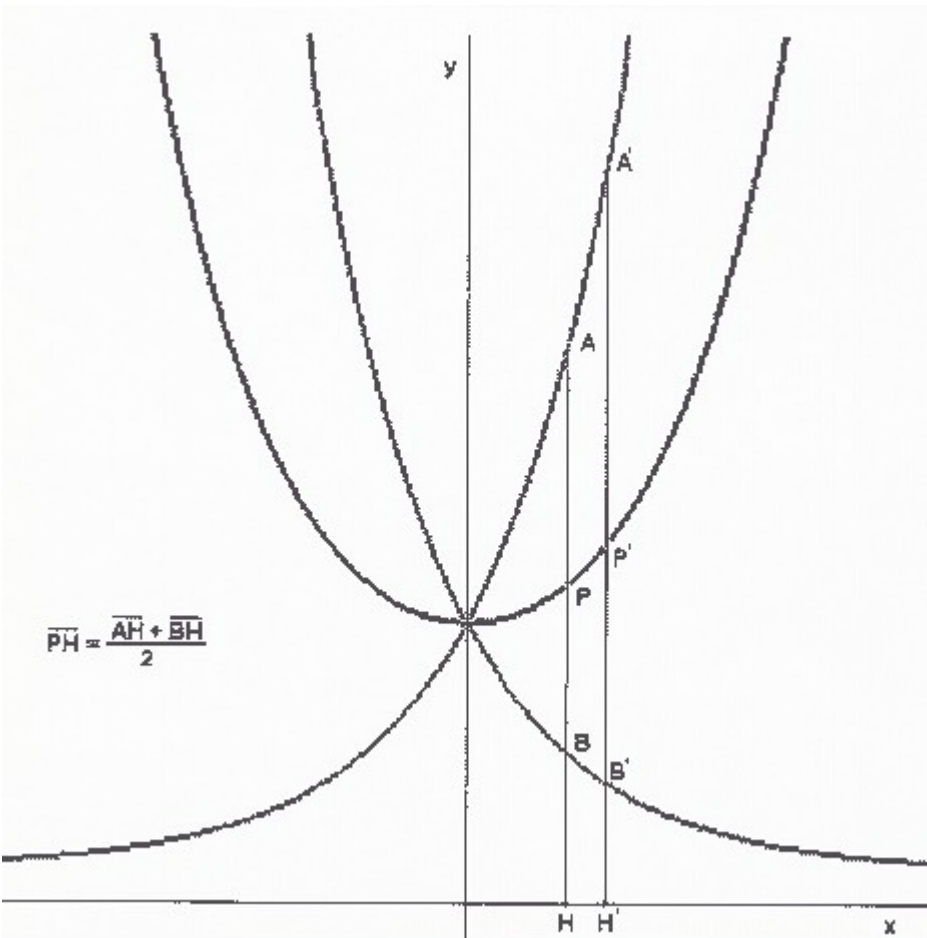
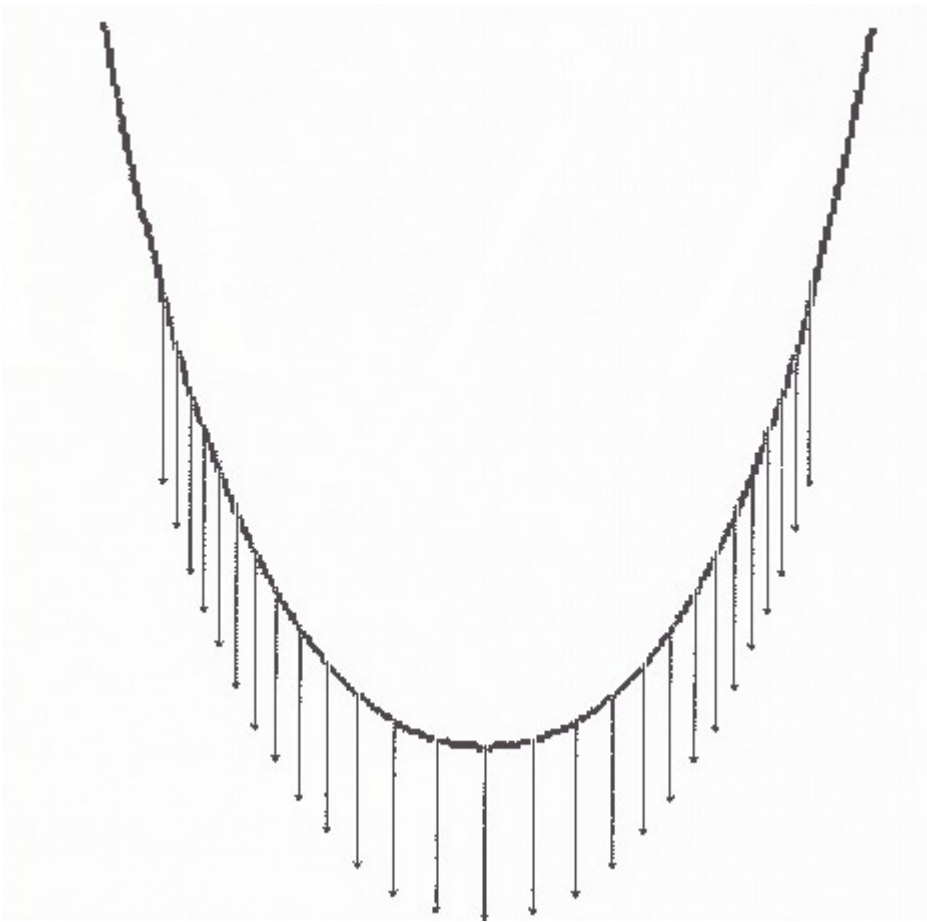
Questo tipo di ricerca, fondendosi sempre più, nel corso del novecento con la cosiddetta architettura degli ingegneri, è stata portata avanti, seppur con linguaggi e approcci molto diversi, da personaggi come Nervi, Musmeci, Le Ricolais, Candela, Buckminster Fuller e Calatrava. Una citazione a parte merita il tedesco Frei Otto fondatore di gruppi interdisciplinari di ricerca ove architetti e ingegneri lavorano a fianco dei biologi.

Su un versante di ricerca sicuramente meno ingegneristico sulle forme naturali in architettura - ma non per questo meno interessante - ricordiamo il lavoro di Frank O'Gehry o degli svizzeri Herzog e De Meuron con la loro Natural History.

<http://matematica.unibocconi.it/articoli/dalle-forme-naturali-ai-modelli>

Gloria Croce, una studentessa della 4B dell'Istituto Statale d'Arte di Monza.





Se Barcellona significa soprattutto le opere di Gaudi, possiamo affermare che non è solo Gaudi! Diversi secoli prima, fu costruita la **Cattedrale di Santa Maria del Mar**; una chiesa edificata nell'arco di cinquantacinque anni senza interruzioni e inaugurata nel 1384; una chiesa totalmente costruita e voluta dal popolo e per il popolo e sulla quale solo il popolo aveva autorità.

Non ci sono state - per quanto detto - altre influenze architettoniche e questo la rende il massimo esempio del cosiddetto gotico catalano. I portatori di pietre, i bastaixos, giorno dopo giorno - sotto la mirabile direzione di Berenguer di Montagut - avevano innalzato la loro chiesa."Berenguer di Montagut - scrive **Falcones** nel suo romanzo storico - La Cattedrale del Mare - aveva calcolato in quale punto esatto andava collocata la chiave perché: le nervature degli archi vi si congiungessero perfettamente. Aveva triangolato per giorni con corde e puntoni tra le dieci colonne, aveva gettato fili a piombo dal ponteggio e teso corde e corde che dai puntoni a terra andavano fino all'ultima impalcatura. Per giorni aveva scarabocchiato sulle pergamene, le aveva grattate, per riscriverci sopra. Se la chiave non fosse stata collocata nel punto esatto, non avrebbe sostenuto gli sforzi degli archi e l'abside avrebbe rischiato di crollare. Alla fine, dopo mille calcoli e un'infinità di disegni, aveva segnato il punto esatto sulla piattaforma dell'ultimo ponteggio. Era lì che bisognava mettere la chiave, né un palmo più in qua né un palmo più in là."

Per concludere, è doveroso ricordare la grande civiltà con la quale la città di Barcellona in pieno feudalesimo concedeva la libertà agli schiavi che riuscivano a fuggire, a rifugiarsi tra le sue mura e a lavorare liberi per un intero anno.

Questo senso di civiltà e di libertà si respira ancora oggi tra le sue strade, dove camminano inosservati e tranquilli cittadini provenienti da ogni parte del mondo, con i colori di ogni parte del mondo quasi a dare vita alle pluricolorate architetture che abbelliscono - neanche ce ne fosse bisogno - una città che brilla già di luce propria e rispecchia anche la bellezza della luce matematica.