LA SEZIONE AUREA

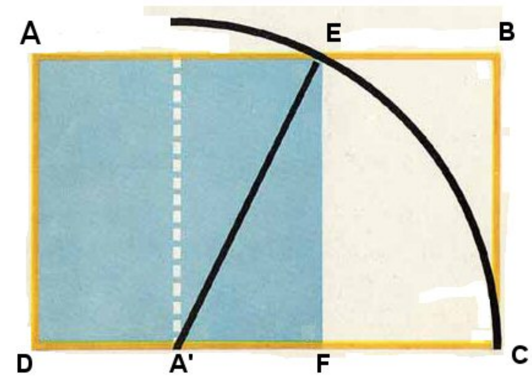
La storia della sezione aurea è antica di tre millenni: in matematica e in arte, è una proporzione geometrica basata su un rapporto specifico. La parte maggiore sta alla minore come l'intera sta alla parte maggiore.

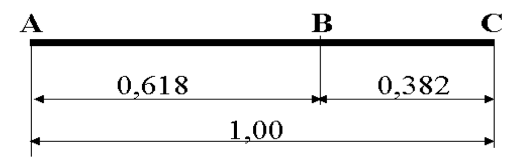
E' di Keplero la famosa frase:
"La geometria ha due grandi tesori: uno è il teorema di Pitagora; l'altro è la sezione aurea di un segmento. Il primo lo possiamo paragonare ad un oggetto d'oro; il secondo lo possiamo definire un prezioso gioiello".

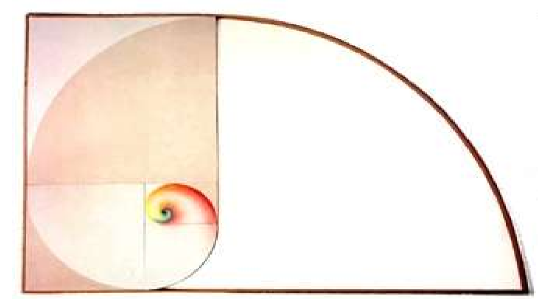
"*Divina proportione*", secondo l'espressione rinascimentale;
"*Sezione Aurea*", per il linguaggio ottocentesco;
"*Proporzione estrema e media*", nella parola degli antichi.

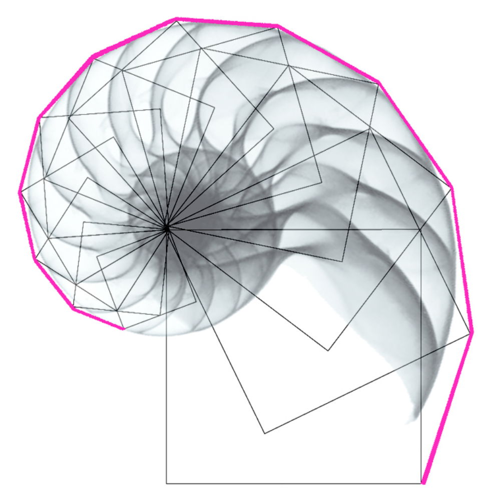
Gli architetti e gli artisti greci facevano grande uso dei rettangoli aurei. Se da un rettangolo aureo si taglia poi un quadrato, anche il rettangolo che rimane è un rettangolo aureo. Questi rettangoli aurei erano usati per disegnare la pianta e le facciate dei templi.

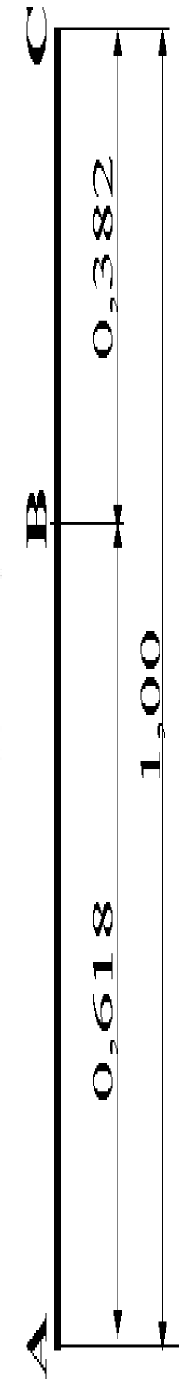
Sommando ad un rettangolo aureo il quadrato costruito sul suo lato maggiore si ottiene un altro rettangolo aureo.
Le due operazioni possono essere reiterate ottenendo una successione di quadrati e di rettangoli aurei che circoscrivono una spirale.



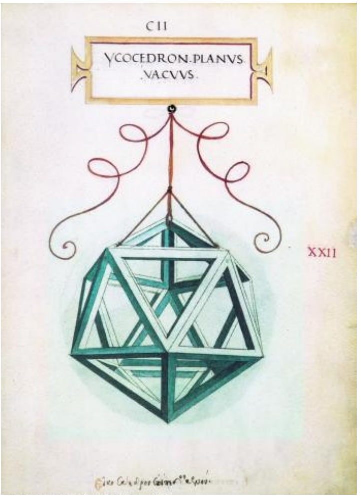






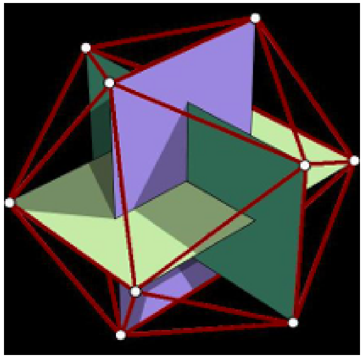


L 'ICOSAEDRO AUREO



L'**icosaedro** merita una particolare attenzione perché i 12 vertici che lo formano corrispondono ai rispettivi vertici di **3 rettangoli aurei** che si intersecano ortogonalmente, ed **il rapporto fra i lati di ognuno di questi rettangoli è Φ.**

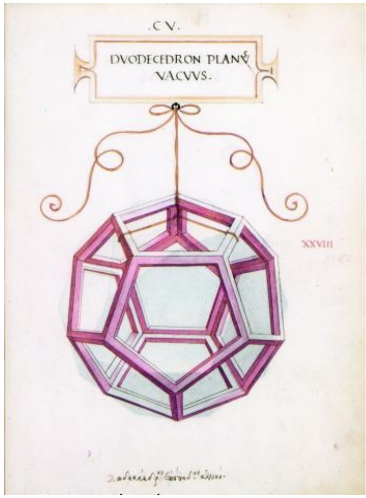
Si colleghino quindi con spigoli tutti i vertici e si ottiene un icosaedro: riproduce Φ quindici volte visto che ognuno dei suoi 30 lati ha un "lato gemello" ovvero parallelo e opposto a se stesso perciò è possibile disegnare al suo interno quindici rettangoli aurei.



In senso algebrico, la Sezione Aurea congiunge tre termini mediante una doppia relazione: c = b + a c : b = b : a
Il rapporto c/b o b/a, corrispondente al numero irrazionale **(1 + v5)/2,** approssimato in decimali **1,618**…, è meglio noto come **Φ** , dalla lettera greca: iniziale di Fidia, il grande scultore greco cui si attribuisce l'impiego intenzionale di questo rapporto, come canone di perfezione.

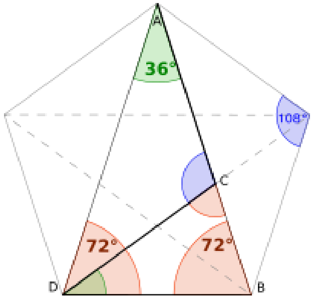
Una rigorosa costruzione dell'**icosaedro** fu data da **Luca Pacioli** (1445-1517).
Arte e Scienza si mescolano in maniera profonda, **Piero della Francesca** scrive il *Libellus de quinque corporibus regularibus*, e Luca Pacioli ne dà una versione in volgare nel *De divina Proportione*, commissionando 60 tavole a **Leonardo da Vinci** con lo scopo di illustrare le possibili variazioni dei poliedri regolari semplici. L'abilità nel disegno di Leonardo, che in quel periodo non ha eguali nel saper sfruttare al meglio le possibilità offerte dal chiaroscuro e dalla prospettiva, deve coniugarsi con la profonda conoscenza della Geometria, assolutamente necessaria prima per comprendere, e poi per costruire, le figure che Pacioli descrive concettualmente. L'idea che ispira un tale progetto è di una singolare modernità nel senso che si vuole sostenere (siamo alla fine del XV secolo), contro i pregiudizi umanistici, come la scienza non sia solo astrazione o pura tecnica, ma anche arte liberale.

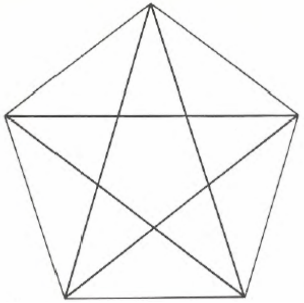
IL DODECAEDRO AUREO



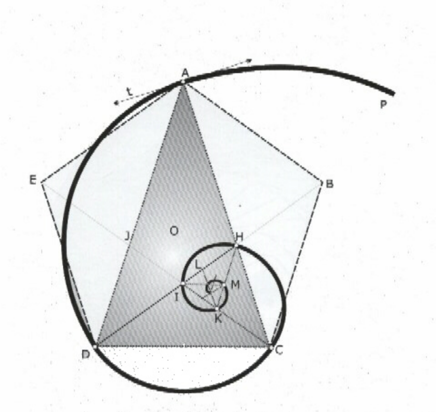
Giamblico (IV sec. d.C.) narra del pitagorico Ippaso da Metaponto, morto in mare come empio perché colpevole di aver rivelato agli indegni il segreto della costruzione della sfera di dodici pentagoni. Ippaso provocò l'ira degli dei, e meritò la sua sorte, anche per aver divulgato la dottrina degli irrazionali e degli incommensurabili.

Alla faccia pentagonale del dodecaedro era associato il pentagramma stellato, o stella a cinque punte, intreccio di triangoli in cui l'angolo al vertice ha un'ampiezza pari alla metà di quella degli angoli alla base, già elemento decorativo dell'arte babilonese e simbolo magico della loro cosmologia.





Il rapporto tra la diagonale ed il lato di un pentagono regolare è il numero irrazionale ossia il numero aureo.



La scoperta del **dodecaedro** può esser fatta risalire al fatto che nella Magna Grecia (in Sicilia, in particolare) si rinvenivano con facilità bellissimi cristalli di pirite di questa forma. Il dodecaedro, non realizzabile unendo triangoli (come invece avviene per gli altri poliedri), ma pentagoni, veniva associato all'immagine del cosmo intero, realizzando la cosiddetta **quintessenza**..

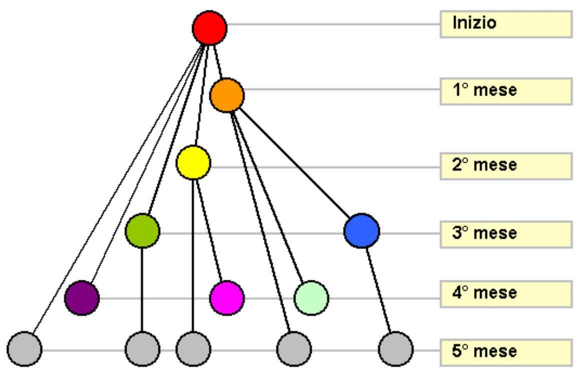
LA SUCCESSIONE FIBONACCI

Leonardo Pisano, noto anche con il nome di Fibonacci, visse tra il XII il XIII secolo e fu uno dei più grandi matematici del Medioevo.

$$C_{n+2} = C_{n+1} + C_n$$

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; 144 ; 233 ; 377 ; …

Nel *Liber Abaci* (Il Libro dell'Abaco) Fibonacci espone i fondamenti di algebra e matematica usati nei paesi arabi.
La successione (di Fibonacci) si riscontra in numerosi esempi in natura e ha uno strettissimo legame con il Numero Aureo.
All'aumentare di **n** il rapporto tra ogni termine ed il termine che lo precede tende ad avvicinarsi a: **1,618033988**............................. noto come il **numero d'oro**

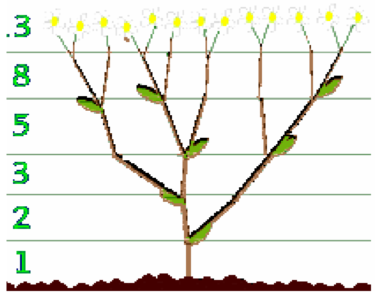


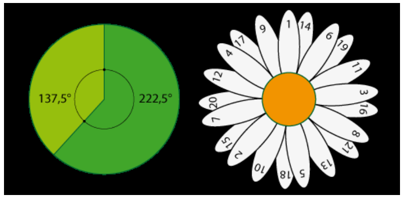
Il problema originale di Leonardo Pisano-Fibonacci in sintesi.
Immaginiamo di chiudere una coppia di conigli in un recinto.
Sappiamo che ogni coppia di conigli:
a) inizia a generare dal secondo mese di età;
b) genera una nuova coppia ogni mese;
c) non muore mai.
Quanti conigli ci saranno nel recinto dopo un anno?

I numeri di Fibonacci sono utilizzati anche nel sistema informatico di molti computer. In particolare vi è un complesso meccanismo basato su tali numeri, detto "Fibonacci heap" che viene utilizzato nel processore Pentium della Intel per la risoluzione degli algoritmi.

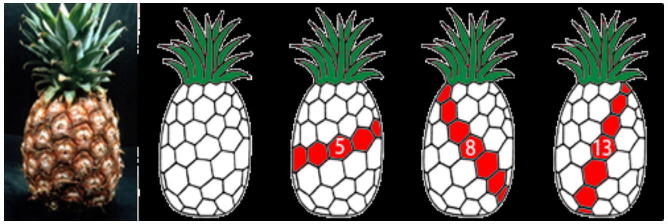
LA FILLOTASSI

La fillotassi è il fenomeno per cui le foglie e i rami si dispongono in maniera rotatoria, tracciando un'elica immaginaria intorno al fusto. In questo modo possono avere la massima esposizione al sole, alla pioggia e all'aria. A seconda di come le foglie si collocano su un fusto, si parla di quoziente di fillotassi.





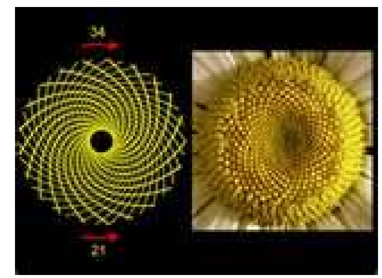
Nei boschi di *tigli* le foglie si collocano in genere da due parti opposte (corrispondenti a un mezzo giro intorno al fusto), uno schema descritto come “quoziente di fillotassi 1/2”. In altre piante, come il *nocciolo, il rovo e il faggio*, il passaggio da una foglia all'altra comporta un terzo di giro (quoziente di fillotassi 1/3).
Il *melo*, alcune *querce* e l'*albicocco* hanno foglie ogni 2/5 di giro; il *pero* e il *salice piangente* ogni 3/8 di giro. Si può notare che in tutti gli esempi il quoziente di fillotassi è ottenuto dividendo tra loro due numeri della **successione di Fibonacci**

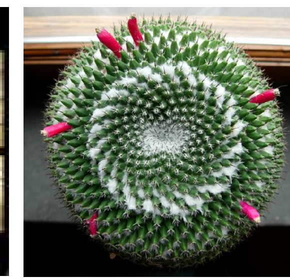


La sezione aurea in botanica
Due scienziati, Von Ettingshausen e Prokorni, hanno trasferito il metodo Fibonacci in botanica; dato che la crescita delle piante avviene mediante il processo di divisione cellulare, le dimensioni fondamentali delle piante di diverse età negli stessi periodi dell'anno devono assolutamente manifestarsi attraverso tale successione. Infatti ritroviamo questa serie quando misuriamo lo stelo di una pianta da un germoglio all'altro (ab:bc:cd:de) e durante la sua crescita.
Questi esempi di sezione aurea sono riscontrabili nelle foglie di *finocchio, pioppo e rosa.*

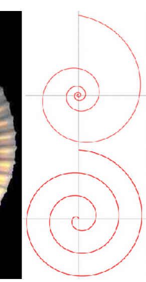
LA SPIRALE IN NATURA

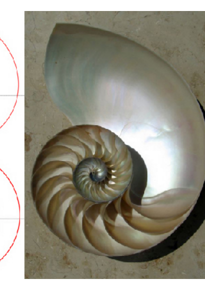
In natura esistono due tipi di spirale: quella di Archimede e quella logaritmica. Nella **spirale di Archimede** il raggio si accresce in modo costante. Diversamente nella **spirale logaritmica** le volute aumentano secondo un rapporto definito che è dato dalla **sezione aurea.**





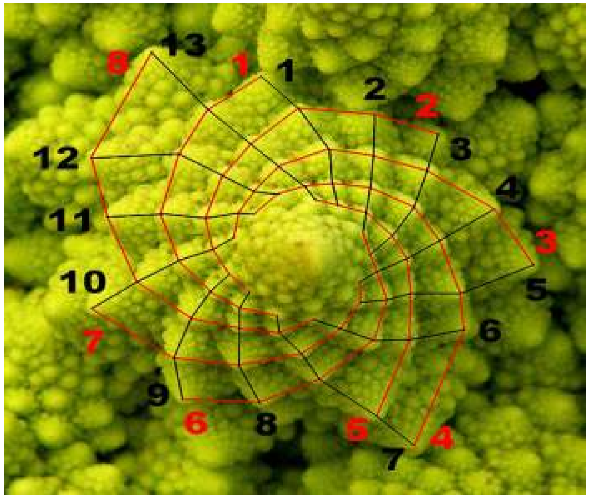
Troviamo un esempio nel **girasole**, dove si distinguono chiaramente due famiglie di spirali dirette in senso opposto che dal centro dell'apice si dirigono dove nascono i petali. Le piccole protuberanze che tracciano questo disegno sono chiamate "primordi"; esse spuntano dall'apice e, durante la crescita della pianta, migrano verso destra dando vita ad un petalo o ad una foglia. Se consideriamo una spirale molto stretta e tracciamo su di essa punti successivi separati da un angolo di 137° circa, otteniamo due famiglie di spirali orientate in direzione opposta. Grazie alla relazione che intercorre tra l'angolo scelto, la sezione aurea e i numeri di Fibonacci, il numero dei raggi delle due famiglie di spirali è dato da due numeri consecutivi della **serie di Fibonacci.**





Nelle conchiglie non c'è nessuna legge particolare di accrescimento, se non quella di crescere secondo le stesse proporzioni, per questo aumenta in grandezza, ma non cambia forma. La spirale logaritmica caratterizza i tessuti morti come le **corna o le conchiglie**, per cui è sempre accompagnata da segni di accrescimento che segnano le varie fasi di crescita. Un particolare tipo di crescita è lo **gnomone**, scoperto in matematica, che consiste nell'aggiungere a una qualsiasi figura un'altra figura che conservi la similitudine tra la figura finale e quella iniziale.

LA SPIRALE LOGARITMICA



La quantità e la disposizione dei petali di alcuni fiori sono anch'esse collegate con numeri di Fibonacci e il rapporto aureo. Jacques Bernoulli (1654-1705) si occupa del rapporto aureo attraverso la costruzione della spirale logaritmica, cui dedica un trattato Spira mirabilis (La spirale meravigliosa).

I collegamento tra spirale logaritmica e rapporto aureo è molto stretto; La spirale logaritmica si può ricavare attraverso una costruzione geometrica da un rettangolo aureo, da un triangolo aureo e dal pentagono regolare.
Le lunghezze degli assi laterali di un "piumino" (si chiama così qualsiasi pianta rappresentabile schematicamente) sono fra loro in rapporto aureo come i numeri della successione di Fibonacci; inoltre questi assi laterali sono disposti ad elica attorno al fusto e la loro proiezione su un piano forma una spirale logaritmica.

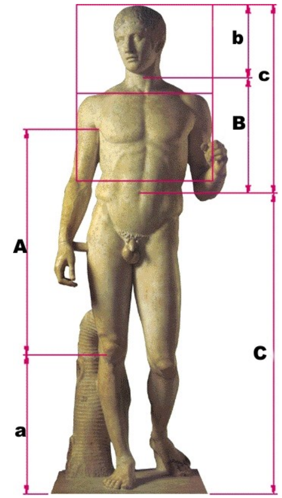
L'importante dato quantitativo che caratterizza la disposizione delle foglie è l'angolo formato dalle linee rette che collegano il centro del fusto agli abbozzi delle foglie. Quest'angolo (noto come angolo di divergenza) è di solito prossimo a 137,5°. Valore questo che è determinato dal rapporto aureo, essendo l'"angolo aureo" appunto di tale valore. Si ottiene dividendo l'angolo giro in due parti:
$360°/\Phi=222{,}5°$ e $(360° - 222{,}5°)=137{,}5°$

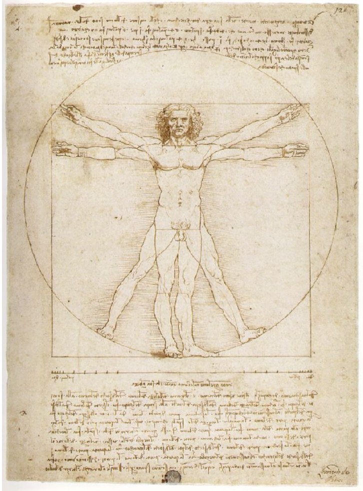
LE PROPORZIONI UMANE

Il celeberrimo disegno di **Leonardo da Vinci** raffigurante le proporzioni umane secondo i canoni antropometrici dell'architetto romano Vitruvio Pollio del I secolo a.C., detto **Uomo Vitruviano** (*Milano1490*), rappresenta uno studio di proporzioni del corpo umano inserito nel cerchio e nel quadrato.

Le due figure geometriche ritenute perfette da Platone, sono disegnate però non concentriche, bensì costruite in relazione tra loro secondo i modi della **Sezione Aurea**.
Così il centro del cerchio coincide con l'ombelico, e quello del quadrato cade all'altezza dei genitali; come questi indicano l'origine fisica, così l'ombelico rimanda a quella spirituale.

La duplice postura della figura umana accentua l'andamento oltremodo cinetico dell'immagine, in un gioco di mutazione continua che, unito al concetto umanistico dell'uomo come specchio dell'universo, ne fa un simbolo di perfezione classica del corpo e della mente, umana e divina, quindi del microcosmo, riflesso del cosmo intero, a misura d'uomo: un valore universale, quindi, che in quanto tale racchiude in sé un'incancellabile aspirazione al futuro che lo renderà sempre attuale.

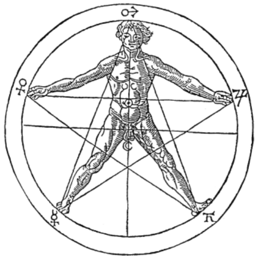




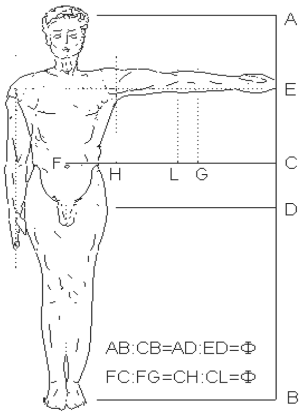
Doriforo . Policleto V sec. copia in marmo dell'originale in bronzo.
Secondo Policleto lo scultore deve rappresentare un corpo umano perfetto, cioè dalle proporzioni perfette.
In particolare, la testa deve essere circa 1/8 dell'intero corpo e il busto deve corrispondere a 3 teste.

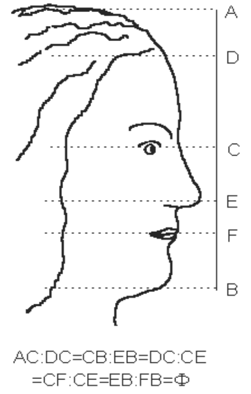
Frate Luca Pacioli (1445-1514).
Nel 1509 scrisse l'opera
De divina proportione, la cui edizione manoscritta contiene le tavole sui poliedri di Leonardo

LA SEZIONE AUREA - antropometria

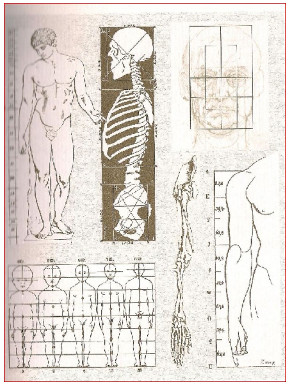


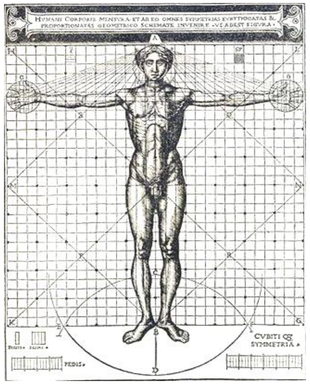
Il fondatore della statistica delle frequenze Lambert A.J. Quetelet trattò il tema delle **proporzioni dell'uomo** e misurando un dato numero di europei di statura normale capì che la lunghezza totale del corpo umano viene divisa dalla vita **secondo la proporzione aurea**. La sezione aurea, in quanto legge strutturale del corpo umano, ha conosciuto in Leonardo da Vinci un geniale assertore.





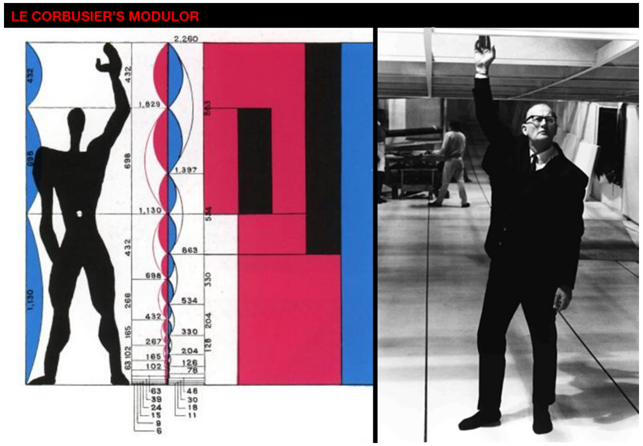
Durante l'epoca aurea dell'architettura greca, il corpo umano fu considerato come il più perfetto esempio vivente di **simmetria** e di **eurytmia**, dovendo servire all'architetto di ispirazione se non addirittura come modello per la composizione delle linee. Lo stesso Vitruvio fa consistere la bellezza nella eurytmia e nella simmetria; egli insiste a lungo a proposito, e quando tratterà delle colonne, comparerà le proporzioni della *colonna dorica* (modulo di 6/1, fra l'altezza e il diametro medio) a quello del corpo maschile, quelle delle *colonne ioniche* (modulo 8/1) evocheranno invece il corpo grazioso della donna e quello delle *colonne corinzie* i corpi slanciati delle vergini.





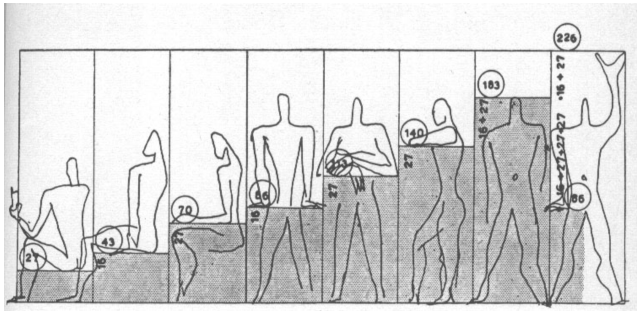
Tenendo le mani e le braccia pendenti si può osservare che la punta del dito medio divide a sua volta la lunghezza totale determinando nuovamente una sezione aurea. Si può notare inoltre, che le spalle e i genitali dividono la lunghezza totale del corpo in tre parti e che il loro rapporto e 3:5:8. Questi dati sono riscontrabili anche nelle affermazioni degli antichi greci i quali ritenevano che nell'uomo perfetto la lunghezza complessiva del corpo viene divisa dai fianchi seguendo le proporzioni della **sezione aurea.**

IL MODULOR - antropometria



Il Modulor è uno strumento di misura nato dalla statura umana e dalla matematica. Un uomo con il braccio alzato fornisce punti determinanti l'occupazione nello spazio: il piede, il plesso solare, la testa, l'estremità delle dita, formano due intervalli che generano una serie di **sezioni auree dette di Fibonacci** (*la rossa e la blu*). Il Modulor è un insieme di misure per fornire alla scala umana una misura di armonia, universalmente applicabile all'architettura e alla meccanica, idea simile a quella di Protagora (filosofo greco del V secolo a.C.), secondo il quale l'uomo è la misura di tutte le cose.

"D'altra parte, la matematica offre la variazione più semplice e nello stesso tempo più significativa di un valore: il semplice, il doppio, le due sezioni auree." (*da Le Corbusier: Il Modulor, 1949*).



Una lettera scritta all'architetto Le Corbusier dallo scienziato Einstein evidenzia il pensiero sul Modulor "E' una scala di proporzioni che rende difficile l'errore, facile il suo contrario".

In pratica, il Modulor rappresenta un uomo alto circa 183 cm e con un braccio alzato (altezza totale = 226 cm) inserito in un quadrato.

- il rapporto tra la statura dell'uomo (183 cm) e la distanza dall'ombelico al suolo (113 cm) è pari a **Φ**
- l'altezza totale (226 cm), compreso il braccio alzato, è divisa dal livello del polso dell'altro braccio secondo il rapporto aureo (140 cm e 86 cm)
- i due rapporti 113/70 e 140/86 sono ulteriormente suddivisi in dimensioni minori secondo la serie di Fibonacci (essendo ciascun numero uguale alla somma dei precedenti).